Шар, сфера и их сечения.

***ОПРЕДЕЛЕНИЕ.*Шаром называется множество всех точек пространства, находящихся от данной точки на расстоянии, не большем данного *R* (*R >* 0). Данная точка называется центром шара, а данное расстояние *R* — *радиусом шара*.**

***ОПРЕДЕЛЕНИЕ.*****Сферой называется множество всех точек пространства, находящихся от данной точки на расстоянии, равном данному *R.* Данные точка и расстояние *R* называются соответственно центром и радиусом сферы.**



**Рис. 193**

На рисунке 193 изображён шар с центром *О*и радиусом *R* =  *OА.*

Из определений шара и сферы следует, что шар с центром *О* и радиусом *R* является объединением двух множеств точек: 1) множества точек *M* пространства, для которых *OM < R* (они называются ***внутренними точками шара***и образуют его внутренность); 2) множества всех *М,* для которых *ОМ* = *R* (эти точки являются *граничными точками шара,* а их объединение составляет границу шара, которая называется ***шаровой поверхностью и является сферой*** c центром *О*и радиусом *R*)*.*

*Радиусом шара называют также всякий отрезок, соединяющий центр шара с точкой шаровой поверхности.* Отрезок, соединяющий две точки шаровой поверхности и проходящий через центр шара, называется ***диаметром шара****.* Концы любого диаметра шара называются *диаметрально nротивоположными точками шара.* Отрезок, соединяющий две любые точки шаровой поверхности и не являющийся диаметром шара, называют ***хордой шара*(*сферы*)***.* На рисунке 193 отрезки *ОА, ОВ, ON, OS —*радиусы шара; отрезки *АВ*, *NS —*диаметры шара; *A* и *B —* диаметрально противоположные точки шара. Из определения диаметра шара следует, что он равен удвоенному радиусу шара.



**Рис. 194**

Покажем, что**шар — тело вращения.**Для этого рассмотрим полукруг *F* с центром *О*и радиусом *R* (рис. 194, *а*). При вращении полукруга *F* вокруг прямой, содержащей его диаметр *NS,* образуется некоторое тело *F*1(рис. 194, *б*). Так как вращение вокруг прямой — движение и точка *О* принадлежит оси *l* вращения, то каждая точка тела *F*1 удалена от точки *O* на расстояние, не большее *R* (движение сохраняет расстояния между точками). Это означает, что тело *F*1 есть шар с центром *О* и радиусом *R.*Кроме того, *при вращении границы полукруга — полуокружности — вокруг прямой l образуется сфера.* Прямая, содержащая любой диаметр шара, может быть рассмотрена как ось вращения. Следовательно,**сечением шара плоскостью, перпендикулярной его оси вращения *l* и пересекающей шар, является круг, а сечением сферы такой плоскостью — окружность этого круга; центр круга (окружности) есть точка пересечения секущей плоскости с осью *l.***

Плоскость, проходящая через центр шара (сферы), называется***диаметральной плоскостью шара*(*сферы*)*.*** Сечением шара диаметральной плоскостью является круг, радиус которого равен радиусу шара. Такой круг называется ***большим******кругом,*** а его окружность — ***большой окружностью*;**большая окружность является пересечением сферы и её диаметральной плоскости.

***Изображение сферы***



**Рис. 195**

Рассмотрим сферу, диаметр *NS* которой проведён вертикально (рис. 195, *а*). Большая окружность, по которой сферу пересекает диаметральная плоскость, перпендикулярная диаметру (оси) *NS,* называется ***экватором****,* а точки *N* и *S* —***полюсами сферы****.* Окружность, ограничивающая круг — изображение сферы, — называется***абрисом*** или ***очерковой линией****.*

**Типичная ошибка** (!)**при изображении сферы** (рис. 195, *б*) *в том, что, изображая её экватор эллипсом, полюсы изображают расположенными на абрисе.*

Для верного и наглядного изображения сферы вспомним, как в курсе черчения изображают фигуру на комплексном двухкартинном чертеже (эпюре) посредством ортогонального её проектирования на две взаимно перпендикулярные плоскости, одну из которых называют***фронтальной***(обозначают ***V***)*,* а другую — ***профильной*** (обозначают ***W***)плоскостями проекций.

Сферу расположим так, чтобы её ось *N*′*S*′была параллельна профильной (***W***), но не параллельна фронтальной (***V***) плоскостям проекций. Тогда ортогональные проекции сферы на плоскости *V* и *W* имеют вид, изображённый на рисунке 196. На нём: равные круги — проекции сферы на плоскости ***V*** и ***W***; отрезки *A*1*B*1 и *N*1*S*1 — профильные проекции соответственно экватора и оси сферы; точки *N, S* — фронтальные проекции полюсов (строятся с помощью линий связи); точки*А, В* — фронтальные проекции концов диаметра экватора, параллельного фронтальной плоскости (строятся с помощью линий связи); отрезок *CD* — фронтальная проекция диаметра *C*′*D*′сферы, перпендикулярного профильной плоскости; эллипс с осями *АВ* и *CD —*фронтальная проекция экватора. При таком расположении относительно плоскостей проекций сфера изображается так, как показано на рисунках 195, *a*;196, *a.*



**Рис. 196**



**Рис. 197**



**Обратите внимание!**Полюсы*N*и*S*не лежат на абрисе, и экватор изображается эллипсом. При этом положение полюсов*N*и *S*и положение вершин *А*и*В*эллипса-экватора взаимосвязаны.

Действительно, из равенства △*ОBF*=△*ЕNО* (см.рис.196,*а*) следует: *OВ* = *EN, BF* = *NO.* Это означает: а) если изображены полюсы *N* и *S* сферы, то вершины *А* и *В* эллипса — изображения экватора определяются из равенств *OВ* = *ОА* = *NE,*где *NE || OD*; б) если изображён экватор (т. е. дана малая ось *AB* эллипса-экватора), то положение полюсов *N* и *S* определяется из равенств *ON* = *OS* = *BF,* где *BF*|| *OD.*

На рисунке 197, *а* — верное и наглядное изображение сферы, на рисунке 197, *б* — изображение сферы верное (почему?), но не наглядное; на рисунке 197, *в* — неверное изображение (почему?).

ν ЗАДАЧА**(3.106).** Найти в пространстве множество вершин всех прямых углов, опирающихся на данный отрезок *АВ.*

РЕШЕНИЕ. Если ∠ *АМВ* = 90°, то точка *М* принадлежит окружности с диаметром *АВ* (рис. 198, *a*).



**Рис. 198**

Проведём произвольную плоскость α, содержащую отрезок *АВ.*В этой плоскости множество всех точек *М,* из которых отрезок *AB* виден под прямым углом, есть окружность, для которой отрезок *AB —*диаметр. Точки *А* и *В*этому множеству точек не принадлежат. (Почему?) Таким образом, искомое множество вершин прямых углов, опирающихся на отрезок *AB*, есть сфера с диаметром *AB*. Точки *А* и *В*этому множеству точек-вершин не принадлежат.

1. Геометрия10 – 11кл. Л.С.Атанасян - М.:Просвещение 2019

Домашнее задание: п.43-45, №373(б,в)

**Задания для работы с интернет-ресурсами**

1. Посмотрите в Интернете и отберите рисунки по темам: «Тело вращения», «Поверхность вращения». Они помогут вам при построении рисунков к решению задач.

2. Сравните материалы Интернета и учебника по темам: «Цилиндр», «Конус», «Цилиндрическая и коническая поверхности вращения», «Касательная плоскость к цилиндру и конусу», «Формулы для вычисления площадей боковой и полной поверхностей цилиндра и конуса», «Формулы для вычисления объёма цилиндра и конуса», «Развёртки цилиндра и конуса», «Модели цилиндра и конуса». Что нового вы узнали из Интернета?

3. Вы узнаете много нового и интересного о замечательных кривых, сделав запрос в Интернете по темам: «Сечения цилиндра и конуса плоскостью», «Кривые второго порядка», «Конические сечения».

4. Найдите рисунки по темам: «Призма, вписанная в цилиндр и описанная около цилиндра», «Пирамиды, вписанные в конус и описанные около конуса». Удачные рисунки скопируйте в «Избранное» или в «Картотеку», чтобы можно было ими пользоваться при решении задач.

5. Найдите в Интернете теоремы о параллельных сечениях конуса. Посмотрите рисунки усечённых конусов. Найдите формулы для вычисления площадей боковой и полной поверхностей усечённого конуса и его объёма.

6. В Интернете посмотрите материал по темам: «Сфера», «Шар», «Изображение сферы», «Уравнение сферы», «Взаимное расположение сферы и плоскости», «Пересечение шара и сферы с плоскостью», «Плоскость, касательная к сфере и шару», «Шаровой сегмент, его основание и высота; сегментная поверхность», «Шаровой слой, его основания и высота», «Шаровой пояс», «Шаровой сектор и его поверхность».

7. Найдите в Интернете формулы для вычисления площадей сферы, сегментной поверхности, шарового пояса, поверхности шарового сектора, объёмов шара, шарового сегмента, шарового сектора, шарового слоя.

8. Обратите особое внимание на материал: «Шары и сферы, вписанные в двугранный угол и многогранный угол», «Шары и сферы, вписанные в многогранники (особенно в правильные многогранники) и описанные около них», «Шары и сферы, вписанные в цилиндр, конус и описанные около них».

9. Посмотрите рисунки и материалы по темам: «Комбинации геометрических тел», «Комбинации геометрических фигур в окружающем нас мире, в архитектуре». Тем, кто интересуется черчением и графикой, предлагаем найти статьи: «Техническое черчение: цилиндр и конус», **«**Пересечение двух цилиндров с перпендикулярными осями», «Резьбы и резьбовые соединения», «Цилиндрическая винтовая линия».

задания для проверки присылайте на электронную почту:

asd20022006@yandex.ru