*Практическое занятие*. Измерения боковой поверхности тел вращения.

**Тело вращения** – это тело в пространстве, которое возникает при вращении какой-нибудь плоской фигуры вокруг какой-нибудь оси.

**поверхность вращения** – это граница тела вращения.

На рисунке а, изображён цилиндр с радиусом r и высотой h. Представим себе, что его боковую поверхность разрезали по образующей АВ и развернули таким образом, что получился прямоугольник АВВ'А', стороны АВ и А'В' которого являются двумя краями разреза боковой поверхности цилиндра (рис. б). Этот прямоугольник называется **развёрткой боковой поверхности цилиндра**. Сторона АА' прямоугольника равна длине окружности основания, а сторона АВ равна высоте цилиндра, т. е. AA' = 2 πr, AB = h.

**Площадь S6oк боковой поверхности цилиндра равна площади её развёртки, т. е. S6oк = 2 πrh.**



Рассмотрим теперь конус, у которого радиус основания равен r, а образующая равна l (рис. 3а). Его боковую поверхность можно развернуть на плоскость, разрезав её по одной из образующих. **Развёртка боковой поверхности конуса** представляет собой круговой сектор (рис. 3б). Радиус этого сектора равен образующей конуса, т. е. равен l, а длина дуги сектора равна длине окружности основания конуса, т. е. равна 2πr.

**Площадь Sбок боковой поверхности конуса равна площади её развёртки**, т. е.





***Рис. 3***

где α — градусная мера дуги сектора (см. рис. 3б). Длина дуги окружности с градусной мерой а и радиусом l равна . С другой стороны, длина этой дуги равна 2 πr, т. е. , поэтому



Итак, площадь боковой поверхности конуса с образующей l и радиусом основания r выражается формулой:



**Сферой** называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки (рис.4). Данная точка называется **центром сферы** (точка О на рисунке 4), а данное расстояние — **радиусом сферы** (на рисунке 4 радиус сферы обозначен буквой R). Любой отрезок, соединяющий центр сферы с какой-либо её точкой, также называется **радиусом сферы**.



***Рис. 4***

Отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через её центр, называется **диаметром сферы**. Ясно, что диаметр сферы радиуса R равен 2R.

Тело, ограниченное сферой, называется **шаром**. Центр, радиус и диаметр сферы называются также центром, радиусом и диаметром шара. Ясно, что шар радиуса R с центром О содержит все точки пространства, расположенные от точки О на расстоянии, не превышающем R (включая и саму точку О), и не содержит других точек. Отметим также, что шар может быть получен вращением полукруга вокруг его диаметра (рис. 5). При этом сфера образуется в результате вращения полуокружности.

***Рис. 5***

В отличие от боковых поверхностей цилиндра и конуса сферу нельзя развернуть так, чтобы получилась плоская фигура. Поэтому для сферы непригоден способ вычисления площади с помощью развёртки. **площадь сферы:** для площади S сферы радиуса R получается формула:

**S = 4 πR2.**

**Задачи**

13. Докажите, что объём цилиндра равен произведению площади основания на высоту.

Решение

Воспользуемся принципом Кавальери. Рассмотрим цилиндр и призму с площадями оснований, равными S, и высотами, равными h, «стоящие» на одной плоскости (рис. 6). Любая секущая плоскость, параллельная этой плоскости, даёт в качестве сечения цилиндра круг площади S, а в качестве сечения призмы — многоугольник площади S. Значит, объём цилиндра равен объёму призмы. Но объём призмы равен Sh. Поэтому и объём цилиндра равен Sh.



***Рис. 6***

16. Диаметр основания цилиндра равен 1 м, высота цилиндра равна длине окружности основания. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

17. Сколько квадратных метров листовой жести пойдёт на изготовление трубы длиной 4 м и диаметром 20 см, если на швы необходимо добавить 2,5% площади её боковой поверхности?

18. Один цилиндр получен вращением прямоугольника ABCD вокруг прямой АВ, а другой цилиндр — вращением этого же прямоугольника вокруг прямой ВС. а) Докажите, что площади боковых поверхностей этих цилиндров равны, б) Найдите отношение площадей полных поверхностей этих цилиндров, если АВ = а, ВС = b.

21. Найдите объём конуса, если площадь его основания равна Q, а площадь боковой поверхности равна Р.

22. Площадь полной поверхности конуса равна 45л дм**2**. Развёртка боковой поверхности конуса представляет собой круговой сектор с дугой в 60°. Найдите объём конуса.

23. Прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см вращается вокруг меньшего катета. Вычислите площади боковой и полной поверхностей образованного при этом вращении конуса.

26. Пусть V — объём шара радиуса R, S — площадь его поверхности. Найдите: a) S и V, если R = 4см; б) R и S, если V = 113,04 см**3**; в) R и V, если S = 64π см**2**.

28. Стаканчик для мороженого конической формы имеет глубину 12 см и диаметр верхней части 5 см. На него сверху положили две ложки мороженого в виде полушарий диаметром 5 см. Переполнит ли мороженое стаканчик, если оно растает?

29. Сколько кожи пойдёт на покрышку футбольного мяча радиуса 10 см (на швы добавить 8% от площади поверхности мяча)?

30. Докажите, что площадь сферы равна площади полной поверхности конуса, высота которого равна диаметру сферы, а диаметр основания равен образующей конуса.

31. Отношение объёмов двух шаров равно 8. Как относятся площади их поверхностей?

1. Геометрия10 – 11кл. Л.С.Атанасян - М.:Просвещение 2019

Домашнее задание: №388(б,г), 392

задания для проверки присылайте на электронную почту: asd20022006@yandex.ru